PC-Crash© e il modello d'urto di Kudlich-Slibar

Il modello d'urto utilizzato in PC-Crash© é quello classico di Kudlich-Slibar che consente il calcolo dei parametri di moto dei veicoli immediatamente prima della collisione (fase di compressione) basandosi su quelli immediatamente successivi alla stessa (fase di restituzione).

Il modello ignora il movimento dei veicoli durante l'urto e assume che il tempo dell'urto sia infinitamente breve : forza d'urto applicata ad un singolo punto.

Coefficiente di restituzione - forza impulsiva dell'urto

In accordo con le ipotesi di Newton l'urto é composto da due fasi :

1) - fase di compressione in cui i punti di contatto di entrambi i corpi in arrivo alla collisione si avvicinano l'uno all'altro.
2) - fase di restituzione in cui, a causa della elasticità, rimbalzano l'uno dall'altro dal punto di contatto (n.b. : in caso di perforazione con valore negativo).

Newton combinava le due fasi durante la collisione e definiva due notazioni : un impulso di restituzione S_r ed un impulso di compressione S_k chiamando il loro rapporto coefficiente di restituzione k :

$$\mathbf{k} \overset{df}{=} \frac{\mathbf{S_r}}{\mathbf{S_k}}$$

Questo coefficiente dipende dalle caratteristiche elastiche o anelastiche (plastiche) dei corpi in collisione ed in PC-Crash© é un parametro variabile.

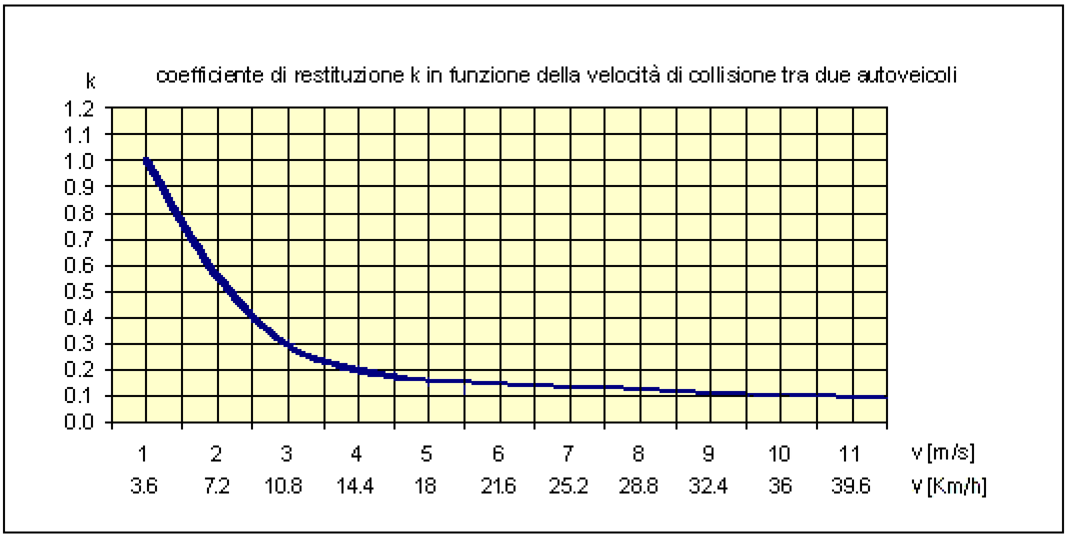
Dopo la trasformazione della equazione, il coefficiente di restituzione k può essere espresso nella forma :

$$\mathbf{k} = \frac{\Delta \mathbf{v'}}{\Delta \mathbf{v}} = \frac{\mathbf{v'_{1n} - v'_{2n}}}{\mathbf{v_{1n} - v_{2n}}}$$

dove :

$\mathbf{v'_{1n} - v'_{2n}}$ componente normale dei rispettivi vettori di velocità dei veicoli 1 e 2 al punto di applicazione dell'impulso immediatamente dopo l'arresto delle forze di impatto.

$\mathbf{v_{1n} - v_{2n}}$ componente normale dei rispettivi vettori di velocità dei veicoli 1 e 2 al punto di applicazione dell'impulso immediatamente prima dell'impatto.



Un valore k = 0 indica un urto puramente anelastico (o plastico - palle di cera) mentre un valore k = 1 un urto puramente elastico (palle d'avorio), in generale la possibile escursione del coefficiente di restituzione k è compresa da -1 a 1, i valori negativi sono caratteristici dei cosi detti impatti con breccia (o perforazione).

L'impulso totale é espresso dalla equazione :

$$S = S_k + S_r = S_k (1+k)$$

Velocità dei veicoli

Per gli urti pieni (*full impact*), le velocità dei veicoli al punto di applicazione dell'impulso P deve essere necessariamente identico alla fine della fase di compressione.

Le componenti di velocità al punto di applicazione dell'impulso per il veicolo 1 sono espresse dalle formule :

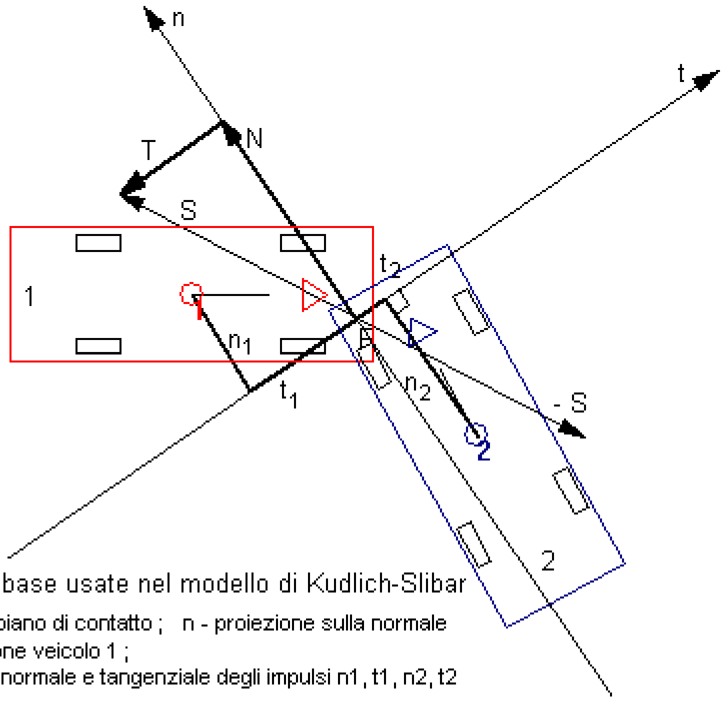
$$v_{1t} = v_{s1t} + \omega_{z1}\, n_1$$
$$v_{1n} = v_{s1n} + \omega_{z1}\, t_1$$

dove :

v_{s1t} , v_{s2t} componente tangenziale del CG dei veicoli 1 e 2 al punto di applicazione dell'impulso dopo l'impatto

ω_{z1} , ω_{z2} velocità angolare dei veicoli 1 e 2 in rotazione intorno all'asse verticale

n_1 , t_1 dimensioni definite nella figura



Notazioni di base usate nel modello di Kudlich-Slibar

t - proiezione piano di contatto ; n - proiezione sulla normale

S - punto d'azione veicolo 1 ;

N, T - componenti normale e tangenziale degli impulsi n1 , t1 , n2, t2

Le componenti di velocità relativa ad entrambi i veicoli nel punto di applicazione dell'impulso hanno la forma :

$$v_t = v_{1t} - v_{2t}$$
$$v_n = v_{1n} - v_{2n}$$

Equazione dei momenti riferiti alla figura :

$$\begin{cases} m_1 (v'_{s1t} - v_{s1t}) = T \\ m_1 (v'_{s1n} - v_{s1n}) = N \\ m_2 (v'_{s2t} - v_{s2t}) = - T \\ m_2 (v'_{s2n} - v_{s2n}) = - N \end{cases}$$

Equazione del momento dei momenti:

$$\begin{cases} I_{1z} (\omega'_{1z} - \omega_{1z}) = T_{n1} - N_{t1} \\ I_{2z} (\omega'_{2z} - \omega_{2z}) = - T_{n2} - N_{t2} \end{cases}$$

... dove I_{1z} e I_{2z} rappresentano il momento di inerzia dei veicoli in opposizione all'asse verticale che corre attraverso il centro di gravità CG.

La soluzione dell'insieme di equazioni rende possibile determinare le componenti delle relative velocità sul punto di applicazione dell'impulso dopo che la forza di impatto ha esaurito la sua azione :

$$v'_t = v_t + c_1 T - c_3 N$$
$$v'_n = v_n - c_3 T + c_2 N'$$

dove :

$$c_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{n_1^2}{I_{1z}} + \frac{n_2^2}{I_{2z}}$$

$$c_2 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{t_1^2}{I_{1z}} + \frac{t_2^2}{I_{2z}}$$

$$c_3 = \frac{t_1\, n_1}{I_{1z}} + \frac{t_2\, n_2}{I_{2z}}$$

La soluzione di queste equazioni e la determinazione delle velocità lineari e angolari post-urto richiede l'introduzione di <u>due condizioni di collisione addizionali definite da Kudlich-Slibar</u> :

- la prima combina gli impulsi di restituzione con gli impulsi di compressione con il coefficiente k,
- la seconda combina le componenti normale e tangenziale degli impulsi totali con un coefficiente di frizione tra i veicoli in collisione.

<u>PC-Crash©</u> differenzia i due casi descritti nei modi che seguono.

Urto pieno (*full impact*)

I componenti vettoriali alla fine della fase di compressione sono espressi con le formule :

$$T_k = \frac{v_n\, c_3 + v_t\, c_2}{c_3^2 - c_1\, c_2}$$

$$N_k = \frac{v_n\, c_1 + v_t\, c_2}{c_3^2 - c_1\, c_2}$$

dove :

T_k, N_k - componenti tangenziale e normale dlel'impulso di compressione.

I componenti dell'impulso totale hanno la seguente forma :

$$T = T_k\ (1 + k)$$
$$N = N_k\ (1 + k)$$

Urto tangenziale (*sliding impact*)

In un urto tangenziale le velocità dei due veicoli al punto di applicazione dell'impulso non raggiungono un valore comune. Il piano di contatto é stato definito in modo tale da poter essere sovrapposto con il piano di scivolamento del relativo veicolo.

Sono state adottate i seguenti assunti :

- il movimento assoluto dei veicoli al punto di applicazione dell'impulso alla fine della fase di compressione può essere determinato nella direzione normale in riferimento al piano di contatto della equazione N_k
- la direzione dell'impulso é limitata con la frizione μ tra i due veicoli $T = \mu - N$.
- la relazione tra gli impulsi di compressione e restituzione é ottenuta con la formula : $k = Sr / Sk$, le componenti T e N sono determinate dalle precedenti espressioni.